

**تعريف:** إن مركز الأبعاد المتناسبة  $G$  للنقاط المثقلة الأربع  $(D, \delta), (C, \gamma), (B, \beta), (A, \alpha)$

حيث:  $\alpha + \beta + \gamma + \delta \neq 0$  هو النقطة الوحيدة  $G$  التي تحقق العلاقة:

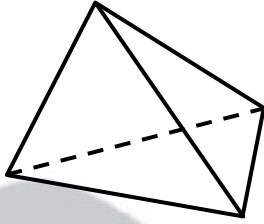
$$\alpha \cdot \overrightarrow{GA} + \beta \cdot \overrightarrow{GB} + \gamma \cdot \overrightarrow{GC} + \delta \cdot \overrightarrow{GD} = \vec{0}$$

• **مبرهنة:** ليكن  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة الأربع  $(D, \delta), (C, \gamma), (B, \beta), (A, \alpha)$

حيث:  $\alpha + \beta + \gamma + \delta \neq 0$  عندئذٍ، أيًا كانت النقطة  $M$  فإن:

$$\alpha \cdot \overrightarrow{MA} + \beta \cdot \overrightarrow{MB} + \gamma \cdot \overrightarrow{MC} + \delta \cdot \overrightarrow{MD} = (\alpha + \beta + \gamma + \delta) \overrightarrow{MG}$$

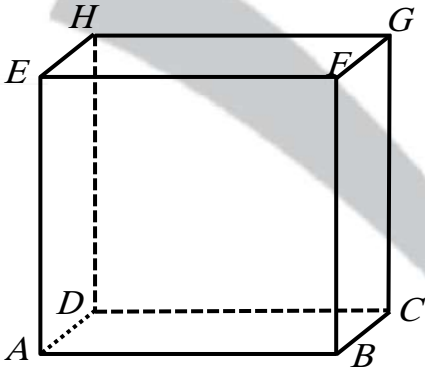
• مركز ثقل المثلث  $ABC$  يعطى بالعلاقة:  $G \left( \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}, \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \right)$



**تدريب (1):** أثبت أن المستقيمتان الثلاثة الواصلة بين منتصفتي

كل حرفين متقابلين في رباعي الوجوه، تلتقي في

نقطة واحدة  $G$  هي مركز ثقل رباعي الوجوه.



**تدريب (2):** مكعب  $ABCDEFGH$

أثبت أن النقطة  $M$  المعرفة بالعلاقة:

$$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AG} = \vec{0}$$

تنتمي إلى المستوي  $(BCG)$

ثم ارسم النقطة  $M$

**تدريب (3):** رباعي وجوه، ولتكن  $I$  و  $J$  و  $K$  و  $L$  النقاط المعرفة بالعلاقات:

$$\overrightarrow{CL} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CB}, \quad \overrightarrow{CK} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CD}, \quad \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AD}, \quad \overrightarrow{AI} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$$

1. أثبت أن النقاط الأربع  $I$  و  $J$  و  $K$  و  $L$  في مستوي واحد.

2. ما طبيعة الشكل الرباعي  $IJKL$  ؟

**تدريب (4):** في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن النقطتان:  $B(0, 6, 0), A(0, 1, 0)$

1. أوجد معادلة للأسطوانة التي محورها  $(O, \vec{j})$  وإحدى قاعدتيها الدائرة  $C_1$  التي مركزها  $A$  و نصف قطرها (2)،

وقاعدتها الأخرى هي الدائرة  $C_2$  التي مركزها  $B$ .

2. هل الشعاع  $(0, -2, 0)$  مرتبط خطياً مع الشعاع  $\overrightarrow{AB}$  ؟ علل.

3. هل يمكن تعيين النقطة  $M$  التي تحقق  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}$  ؟

4. عيّن النقطة  $M(x, y, z)$  المحققة للعلاقة  $3\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{K}$